

**Übung 1. Slaterdeterminante und freie Teilchen im Magnetfeld**

*Lernziel: Wir schauen uns hier einerseits nochmals das Konzept einer Slaterdeterminante an, und andererseits berechnen wir eine magnetische Eigenschaft freier Elektronen.*

- (a) Schreiben wir  $\psi_{k\sigma}(x) = \phi_k(x)\chi_\sigma$  für den Zustand eines einzelnen Elektrons, mit  $\phi_k(x)$  dem Ortsteil (z.B. Ebene Wellen) und  $\chi_\sigma$  dem Spinteil ( $\sigma = \pm 1/2$ ). Wie sieht der mögliche Zustand für zwei Elektronen aus? Welche Kombinationen für  $k$  und  $\sigma$  sind erlaubt?
- (b) Betrachte nun freie Elektronen im Magnetfeld  $H$ . Berechne die Magnetisierung  $M = \mu_B(n_\uparrow - n_\downarrow)$  und (Pauli-)Suszeptibilität des Grundzustandes des Systems, wobei  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton ist, und  $n_\sigma$  die Anzahl Teilchen mit Spin  $\sigma$ .

*Hinweis: Was ist die Energie  $\epsilon_{k,\sigma}$  für Teilchen im Magnetfeld? Benutze die Zustandsdichte um  $n_\sigma$  zu berechnen, und finde  $M$ . Zeige das  $M$  linear abhängig ist von  $H$  für kleines  $H$ .*

**Übung 2. Die Hundschen Regeln**

*Lernziel: Das Ziel dieser Aufgabe ist es, sich vertraut zu machen mit den Hundschen Regeln, mit denen man den Drehimpuls und den Spin des Grundzustandes eines Atoms bestimmen kann.*

Als Beispiel für die Hundschen Regeln wollen wir für die offene Schale  $d^2$  das  $LS$ -Multiplett des Grundzustandes finden. Beantworte dazu folgende Fragen:

- (a) Wie viele verschiedene Zustände gibt es in der  $d$ -Schale, und was ist damit die Entartung der Konfiguration  $d^2$ ?
- (b) Was sind die möglichen antisymmetrischen Gesamtzustände (ohne Spin-Bahn-Kopplung) und ihre Multiplett Darstellungen  $^{2S+1}L$ ? Welcher dieser Zustände ist aufgrund der Hundschen Regeln (siehe Skript 14.4.3) der Grundzustand?

*Hinweis: Wie zerfällt die Darstellung von  $SO(3)$  für den orbitalen Drehimpuls, und wie zerfällt die Darstellung von  $SU(2)$  für den Spin?*

- (c) Berücksichtige zusätzlich noch die Spin-Bahn-Kopplung (für die Feinstruktur). Zerlege den Grundzustand und bestimme die  $LS$ -Multipletts  $^{2S+1}L_J$ . Was ist also aufgrund der Hundschen Regel jetzt der Grundzustand?

**Übung 3. Elektronische Zustände\***

*Lernziel: Die totale Wellenfunktion eines Systems von Fermionen muss antisymmetrisch sein unter Vertauschung der Teilchen. Die Antisymmetrie kann nun im Bahn- ( $\phi$ ) oder im Spinteil ( $\chi$ ) der Wellenfunktion liegen. Komplizierter wird es, wenn weder  $\phi$  noch  $\chi$ , sondern nur die Gesamtwellenfunktion eine definierte Symmetrie hat. Dies wollen wir uns in dieser Aufgabe in etwas mehr Detail anschauen.*

Betrachte für diese Aufgabe das Beispiel der  $(2p)^3$  Elektronen von Stickstoff. Klassifiziere alle erlaubten Zustände eines Systems, das aus drei  $p$ -Elektronen in einem sphärisch-symmetrischen Potential besteht. Verwende dazu Young-Diagramme.