

Theoretische Physik, Übung 2.

FS15

Abgabe: 31.02.15

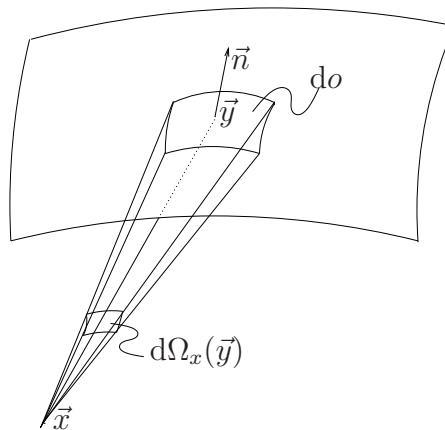
1. Dipoldichten

a) Räumliche Dipoldichte $\vec{P}(\vec{y})$: Das Volumenelement d^3y trägt ein Dipolmoment $\vec{P}(\vec{y}) d^3y$. Finde die äquivalente Ladungsdichte $\rho(\vec{y})$, d.h. jene die dasselbe Feld erzeugt.

b) Flächenhafte Dipoldichte $P(\vec{y})$: Das Oberflächenelement $d\vec{\sigma}$ trägt ein Dipolmoment $P(\vec{y}) d\vec{\sigma}$. Zeige, dass das Potential einer Dipolschicht der Dichte $P(\vec{y})$ über die Fläche S durch

$$\varphi(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi} \int_S P(\vec{y}) d\Omega_x(\vec{y}) \quad (1)$$

gegeben ist, wobei $d\Omega_x(\vec{y})$ das Raumwinkelelement ist, welches $d\vec{\sigma} = \vec{n} do$ bei Betrachtung von \vec{x} aus einnimmt, und zwar mit $d\Omega_x > 0$, falls die Normale \vec{n} in einem spitzen Winkel zur Sichtrichtung steht.



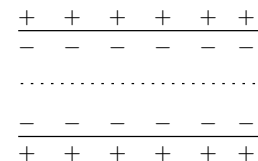
Zeige ferner, dass das Potential an der Fläche springt:

$$\varphi(\vec{x}_0 + 0\vec{n}) - \varphi(\vec{x}_0 - 0\vec{n}) = P(\vec{x}_0), \quad (\vec{x}_0 \in S). \quad (2)$$

Hinweis: Für (1) überlege man sich, dass

$$\frac{1}{|\vec{y} - \vec{x}|^2} \left(\frac{\vec{y} - \vec{x}}{|\vec{y} - \vec{x}|} \cdot d\vec{\sigma} \right) = d\Omega_x(\vec{y}). \quad (3)$$

Anwendung: Zellmembranen sind Doppellipidschichten. Jede Schicht weist auf der Aussenseite eine positive Dipoldichte auf (vgl. Figur). Das Potential in der Membran ist somit kleiner als draussen. Das Innere der Membran ist damit für positiv geladene Ionen energetisch günstiger als für negative. Bei sonst gleichen Eigenschaften ist die Durchlässigkeit der Membran für die Ersteren folglich grösser. Der Sprungs des Potential an der Einzelschicht ist von der Grössenordnung 0.1 V.



2. Homogen geladene und homogen polarisierte Vollkugel

a) Berechne das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x})$ und das Potential einer homogenen geladenen Vollkugel (Ladung Q) vom Radius R .

Hinweis: Verwende (1.6) im Skript.

b) Berechne daraus das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x})$ einer homogen polarisierten Vollkugel (Dichte \vec{P}) vom Radius R .