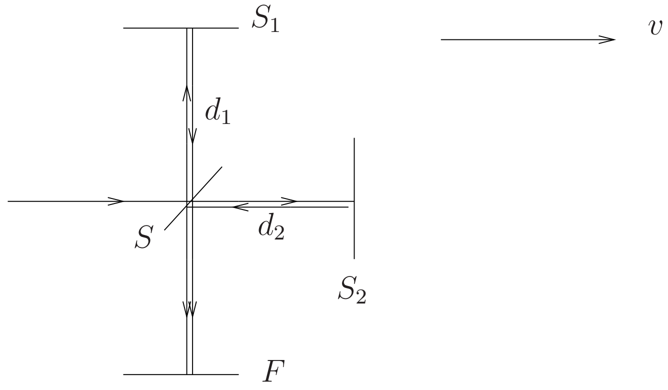
Elektrodynamik, Serie 9.

FS 08 *Abgabe:* Woche 10

1. Das Michelson-Morley Experiment

Licht wurde im 19. Jahrhundert als Erregung eines Äthers angesehen. Bzgl. des Äthers ist seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit isotrop, nicht aber bezgl. eines dazu bewegten Bezugssystems, sofern Raum- und Zeitkoordinaten einer Galilei-Transformation unterliegen. Im Laufe eines Jahres kann die Erde infolge ihrer Bewegung um die Sonne nicht dauernd relativ zum Äther ruhen. Michelson und Morley suchten 1886 (vergeblich) nach einer solchen Anisotropie. Sie benutzten folgende Apparatur (Interferometer):



Ein Lichtstrahl fällt auf einen halbdurchlässigen Spiegel S, der ihn in zwei senkrechte Teilstrahlen zerlegt. Diese gelangen über Strecken d_i, $(i = 1, 2)$, zu Spiegeln S_i und danach zu S zurück. Von dort gelangt je ein Teil in ein Beobachtungsfernrohr F, wo ein streifenförmiges Interferenzmuster sichtbar wird. Bedingung ist, dass $|d_2 - d_1|$ klein gegen die Kohärenzlänge des Lichts ist und dass die Spiegel S_1 und S_2 nicht exakt senkrecht aufgestellt sind, sodass variable Gangunterschiede resultieren. Verschiebungen des Musters können auf Bruchteile einer Wellenlänge gemessen werden.

i) Finde die Laufzeiten des Lichts t_1 und t_2 des Lichts längs den beiden Wegen SS_iS, und damit $\Delta t = t_2 - t_1$ bis auf relative Fehler $O((v/c)^4)$. Berechne dann $\Delta t'$ für eine um 90° gedrehte Anordnung. Die Differenz $\Delta t' - \Delta t$ bestimmt die Verschiebung des Musters bei der Drehung.

ii) Zahlenbeispiel: $v = 3 \cdot 10^4$m/s, $d_1 + d_2 = 3$m, Wellenlänge des Lichts $\lambda \approx 3 \cdot 10^{-7}$m. Um welchen Teil des Streifenabstandes verschiebt sich das Muster?

2. Anwendungen von Lorentz-Transformationen

(a) *Zeitdilatation.* Zwei Ereignisse A, B finden im Inertialsystem K am selben Ort statt (z.B. Zeitangaben einer bzgl. K ruhenden Uhr). Zeige mit Hilfe eines Boosts, dass in einem zu K bewegten Inertialsystem K' die Zeitdifferenz grösser ist.

(b) *Längenkontraktion.* Betrachte einen Stab, der in seinem Ruhesystem K die Länge L hat. Zeige, dass die Länge des Stabs in einem longitudinal dazu bewegten Inertialsystem

K' kleiner ist. *Hinweis:* Die Länge ergibt sich aus der Koordinatendifferenz der Endpunkte des Stabs zur selben Zeit.

(c) Gegeben sind zwei achsenparallele Inertialsysteme K und K', wobei sich K' mit Relativgeschwindigkeit v bezgl. K in 1-Richtung bewegt. Der Stab ist wieder in 1-Richtung ausgerichtet, bewegt sich nun aber mit Geschwindigkeit w in 2-Richtung. Bestimme seinen Winkel θ zur 1-Richtung bzgl. K'.

(d) Ein 4er-Vektor ξ heisst *zeitartig* falls $(\xi, \xi) > 0$ und *raumartig* falls $(\xi, \xi) < 0$. Zeige: zwei Ereignisse x, y sind genau dann gleichzeitig in einem passenden Inertialsystem, falls $x - y$ raumartig ist. Sie finden genau dann in einem passenden Inertialsystem am selben Ort statt, falls $x - y$ zeitartig ist.

3. Dopplerverschiebung und Aberration

(a) Das Feld $\varphi(\vec{x}, t)$ sei ein Skalarfeld unter Lorentztransformationen $x' = \Lambda x$, d.h. $\varphi'(x') = \varphi(\Lambda^{-1} x')$. Zeige, dass bei einer Welle $\varphi(\vec{x}, t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\vec{k}\vec{x} - \omega t)}$ Frequenz und Wellenvektor einen 4er-Vektor $k \equiv (\omega/c, \vec{k})$ bilden.

Seien im Folgenden K und K' durch einen Boost $\Lambda = \Lambda(v\vec{e}_1)$ in 1-Richtung verbunden. Betrachte Licht der Fortpflanzungsrichtung $\vec{e}$ und der Frequenz ω bzgl. K.

(b) Sei $\vec{e} = \vec{e}_1$. Berechne die Frequenz bzgl. K' (*Dopplerverschiebung*).

(c) Sei $\vec{e} = \vec{e}_2$. Bestimme den Winkel $\alpha(v)$ des Wellenvektors mit der 2-Achse bzgl. K' (*Aberration*).