

Kontinuumsmechanik. Übung 1.

FS10

Abgabe: 4.3.10

1. Eigenschaften einer Deformation

Ist die reine Scherung

$$\bar{x}_1 = x_1 + \gamma x_2, \quad \bar{x}_2 = x_2, \quad \bar{x}_3 = x_3$$

- (i) eine homogene Deformation?
- (ii) eine starre Deformation?
- (iii) volumenerhaltend?
- (iv) eine infinitesimale starre Deformation?

2. Materielle und räumliche Koordinaten

Materielle (x) und räumliche (\bar{x}) Koordinaten stehen bei einer Deformation f in der Beziehung $\bar{x} = f(x)$. Zeige, dass für Volumen-, Oberflächen-, bzw. Linienelemente gilt

$$d^3\bar{x} = (\det Df)d^3x, \quad d^2\vec{\sigma} = (\text{cof } Df)d^2\vec{\sigma}, \quad d\vec{t} = (Df)d\vec{t},$$

wobei $\text{cof } A$ die Kofaktormatrix von A ist: $(\text{cof } A)_{ij} = (-1)^{i+j} \det A_{ij}$, mit A_{ij} der Untermatrix von A , die durch Streichung der i -ten Zeile und j -ten Spalte entsteht.

3. Charakterisierung der Euklidischen Bewegungen

Betrachte eine Deformation f auf \mathbb{R}^n . In der Vorlesung wurde gezeigt, dass falls $Df(x) \in \text{SO}(n)$ für alle x , so ist $Df(x) \equiv R$ konstant und $f(x) = Rx + a$. Beweise dies auf alternativem Wege über folgende Schritte:

- $\partial_{ij}f(x) = \alpha_{ijk}(x)\partial_k f(x)$. Welche Symmetrien hat α_{ijk} ?
- $\alpha_{ijk}(x) \equiv 0$.

Hinweis. Die Spaltenvektoren einer orthogonalen Matrix sind orthonormiert.

Diskutiere die analoge ‘infinitesimale’ Version für ein Vektorfeld u auf \mathbb{R}^n : falls $Du(x) + (Du(x))^T = 0$ für alle x , so ist $Du(x) \equiv W$ konstant und $u(x) = Wx + a$.