Übungsserie 6

Abgabe: 6. April 2012

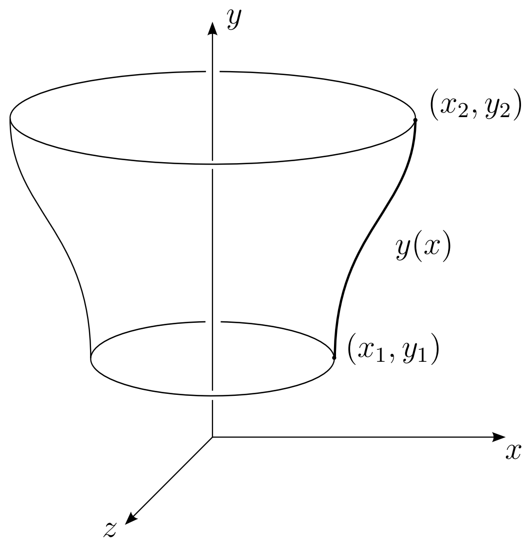
Aufgabe 1 [*Comptonstreuung*]: Ein Photon der Wellenlänge λ_i wird an einem ruhenden Elektron der Masse m_e elastisch (d.h. unter Energie- und Impulserhaltung) gestreut. Nach dem Stoss hat das Photon die Wellenlänge λ_f und ist um den Winkel θ relativ zur ursprünglichen Einfallsrichtung abgelenkt. Benutze die (relativistische) Energie- und Impulserhaltung um zu zeigen, dass die Änderung der Wellenlänge des Photons

$$\lambda_f - \lambda_i = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

beträgt.

[**Hinweis**: Ein Photon der Wellenlänge λ hat die Frequenz $\nu = c/\lambda$ und die Energie $E = h\nu$. Da das Photon keine Masse besitzt, ist die Energie mit dem Impuls durch $E = pc$ verbunden.]

Aufgabe 2 [*Minimale Rotationsfläche*]: Wir erzeugen eine Rotationsfläche dadurch, dass wir eine Kurve, die durch zwei feste Endpunkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) geht, um die y-Achse rotieren lassen. Bestimme diejenige Kurve $y(x)$, für welche die Oberfläche minimal wird.

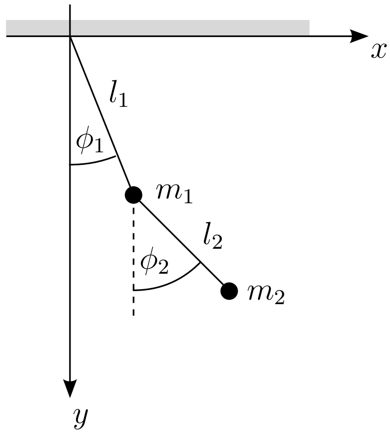


[**Hinweis**: Berechne zuerst die Oberfläche A als Funktion der Kurve $y(x)$ und wende dann das Extremalprinzip auf das Funktional $A(y(x))$ an. Da das Problem invariant unter Translation in y-Richtung ist, vereinfacht die dazugehörende Erhaltungsgrösse das Lösen der entsprechenden Euler-Lagrange-Gleichung.]

Aufgabe 3 [*Pendel*]: Leite (a) die Lagrange-Funktion und (b) die Bewegungsgleichungen für die folgenden mechanischen Systeme her:

(i) Pendel (in einer Ebene) mit verallgemeinerter Koordinate ϕ.

(ii) Doppelpendel (in einer Ebene) mit verallgemeinerten Koordinaten ϕ_1, ϕ_2.



[**Hinweis**: Die Lagrange Funktion $L = T - V$ berechnet man am einfachsten, in dem man zuerst T und V in kartesischen Koordinaten ausrechnet, und danach die kartesischen Koordinaten der Massenpunkte durch die verallgemeinerten Koordinaten ausdrückt. Verwende trigonometrischen Identitäten wie z. B.

$$\cos(\phi_1)\cos(\phi_2) + \sin(\phi_1)\sin(\phi_2) = \cos(\phi_1 - \phi_2) \ ,$$

um die Ausdrücke zu vereinfachen.]