

Theoretische Physik, Übung 2.

FS13

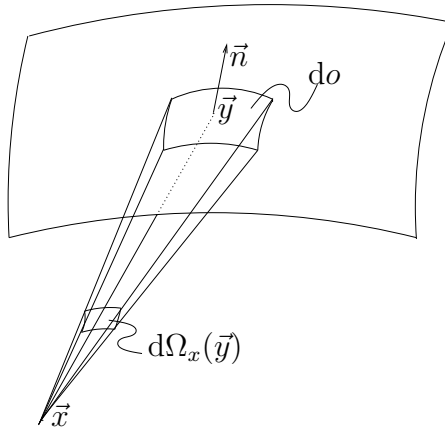
Abgabe: 05.03.13

1. Dipoldichten

- a) Räumliche Dipoldichte $\vec{P}(\vec{y})$: Das Volumenelement d^3y trägt ein Dipolmoment $\vec{P}(\vec{y}) d^3y$. Finde die äquivalente Ladungsdichte $\rho(\vec{y})$, d.h. jene die dasselbe Feld erzeugt.
- b) Flächenhafte Dipoldichte $P(\vec{y})$: Das Flächenelement $d\vec{\sigma}$ trägt ein Dipolmoment $P(\vec{y}) d\vec{\sigma}$. Zeige, dass das Potential einer Dipolschicht der Dichte $P(\vec{y})$ über die Fläche S durch

$$\varphi(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi} \int_S P(\vec{y}) d\Omega_x(\vec{y}) \quad (1)$$

gegeben ist, wobei $d\Omega_x(\vec{y})$ das Raumwinkelelement ist, welches $d\vec{\sigma} = \vec{n} do$ bei Betrachtung von \vec{x} aus einnimmt, und zwar mit $d\Omega_x > 0$, falls die Normale \vec{n} in einem spitzen Winkel zur Sichtrichtung steht.



Zeige ferner, dass das Potential an der Fläche springt:

$$\varphi(\vec{x}_0 + 0\vec{n}) - \varphi(\vec{x}_0 - 0\vec{n}) = P(\vec{x}_0), \quad (\vec{x}_0 \in S). \quad (2)$$

Hinweis: Für (1) überlege man sich, dass

$$\frac{1}{|\vec{y} - \vec{x}|^2} \left(\frac{\vec{y} - \vec{x}}{|\vec{y} - \vec{x}|} \cdot d\vec{\sigma} \right) = d\Omega_x(\vec{y}). \quad (3)$$

2. Homogen geladene und homogen polarisierte Vollkugel

- a) Berechne das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x})$ und das Potential einer homogenen geladenen Vollkugel (Ladung Q) vom Radius R .

Hinweis: Verwende (1.6) im Skript.

- b) Berechne daraus das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x})$ einer homogen polarisierten Vollkugel (Dichte \vec{P}) vom Radius R .

3. Geerdete leitende Kugel im homogenen äusseren elektrischen Feld

Ein geerdeter kugelförmiger elektrischer Leiter befinde sich in einem homogenen äusseren Feld $\vec{E}_\infty = \lim_{|\vec{x}| \rightarrow \infty} \vec{E}(\vec{x})$. Berechne das resultierende elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x})$.

Hinweis: Welche Feldgleichung und Randbedingungen soll das Potential erfüllen? Verwende die Lösung von 2.b).