

**Aufgabe 13.1 Gravitationswellen in seichtem Wasser**

Zeige, dass Gravitationswellen in seichtem Wasser (Wellenlänge  $\gg$  Tiefe,  $\lambda \gg h_0$ ) die Gleichung

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - g \frac{\partial}{\partial x} \left( h_0 \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) - g \frac{\partial}{\partial y} \left( h_0 \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) = 0 \quad (1)$$

erfüllen, wobei  $\zeta(x, y)$  die Auslenkung der Welle in  $z$ -Richtung und  $h_0(x, y)$  die Tiefe am Ort  $(x, y)$  im Gleichgewicht ist. Schreibe dazu die Eulergleichungen für  $v_z \ll v_x, v_y \ll 1$  und leite zusätzlich die "Kontinuitätsgleichung" für diesen Fall her.

**Aufgabe 13.2 Gravitationswelle in Flüssigkeit mit beliebiger Viskosität**

Bestimme die Dispersionsrelation einer Gravitationswelle in einer Flüssigkeit mit beliebiger Viskosität. Setze dazu eine monochromatische Welle an, welche in  $x$ -Richtung propagiert und in  $(-z)$ -Richtung (in der Flüssigkeit) gedämpft ist. Beachte dabei, dass der Druck einen hydrostatischen Anteil  $-\rho g z$  hat. Betrachte insbesondere die Grenzfälle grosser und kleiner Viskosität, d.h.  $\nu k^2 \gg \sqrt{gk}$  und  $\nu k^2 \ll \sqrt{gk}$ .

**Aufgabe 13.3 Wann erzeugt Wind Wasserwellen?**

Untersuche die Stabilität einer ruhenden, horizontalen Wasseroberfläche unter dem Einfluss des darüber hinwegstreichenden Windes. Zeige, dass für Windgeschwindigkeiten  $u$  grösser als eine Grenzgeschwindigkeit  $u_c$  die flache, ruhende Oberfläche instabil wird, d.h. Wasserwellen entstehen, und bestimme  $u_c$ .

*Hinweis:* Betrachte Wasser und Luft als ideale, inkompressible Flüssigkeiten mit Geschwindigkeitspotentialen  $\phi_{W,L}$ . Nehme an, dass das System nur leicht aus der Gleichgewichtslage (flache, ruhende Oberfläche) gebracht wird (Amplitude der Störung  $\ll$  Wellenlänge der Störung). Dann genügt es, die Bewegungsgleichungen in linearer Näherung in der Störung zu lösen.