Übung 1. *Ideales Gas*

(i) Zeige, dass für ein ideales Gas in einem adiabatischen Prozess die Gleichung

$$TV^{nR/C_V} = T_0 V_0^{nR/C_V},$$

gilt, wobei n die Stoffmenge, R die universelle Gaskonstante und C_V die Wärmekapazität bei konstantem Volumen ist.

Bemerkung: In der hier verwendeten Notation benutzen wir ein gross geschriebenes C_V für die (extensive) Wärmekapazität während ein klein geschriebenes c_V für die dazugehörige (intensive) spezifische Wärmekapazität steht. In diesem Sinn: $C_V = nc_V$.

(ii) Zeige, dass die Entropiedifferenz in einem idealen Gas bei einer reversiblen Zustandsänderung von z_0 nach z berechnet werden kann als

$$S(z) - S(z_0) = \int_{T_0}^{T} C_V \frac{dT}{T} + \int_{V_0}^{V} nR\frac{dV}{V}.$$

Übung 2. *Gibbs Paradox*

Im Folgenden betrachten wir reversible Prozesse eines idealen Gases, welches in Kontakt mit einem Wärmebad der Temperatur T steht. In all den unten stehenden Prozessen befindet sich das Gas in einer Box mit Volumen $2V$, welche durch eine Wand in zwei Hälften, je mit Volumen V, geteilt ist. In beiden Hälften ist die Stoffmenge n des Gases (d.h. die totale Stoffmenge ist $2n$), so dass die ideale Gasgleichung für beide Seiten $pV = nRT$ lautet.

(i) In Abbildung 1 sind zunächst beide Hälften mit dem gleichen Gas gefüllt. Das heisst, die Teilchen in beiden Hälften sind identisch (=ununterscheidbar). Begründe, weshalb ein schlichtes Entfernen der Wand ein reversibler Prozess ist, der das System von Zustand z_1 nach z_2 bringt und berechne die Änderung in der Entropie $\Delta S = S(z_2) - S(z_1)$.

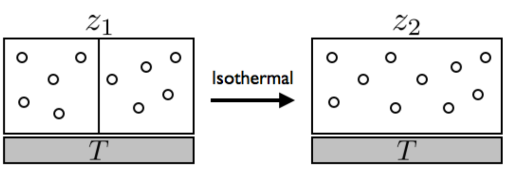

Abbildung 1: Isothermer reversibler Prozess mit identischen idealen Gasteilchen.

(ii) Betrachte nun einen **reversiblen** Prozess, der zur Zustandsänderung in Abbildung 2 führt. Statt nur einem Gas haben wir dieses Mal zwei verschiedene, unterscheidbare Gase, die zunächst durch die Wand getrennt sind. Berechne auch für diese Zustandsänderung die Änderung in der Entropie $\Delta S' = S(z_2) - S(z_1)$. $\Delta S'$ ist die sogenannte Mischentropie.

Hinweis: Um den Prozess reversibel zu machen, kann man sich semipermeable Wände vorstellen, die, wenn man sie in der Box bewegt, nur eine Sorte der zwei Gase komprimiert oder expandieren lässt. Die andere Sorte verhält sich dabei, als wäre keine Wand vorhanden.

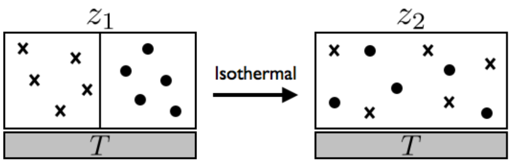

Abbildung 2: Isotermer reversibler Prozess mit nicht identischen Gasen.

(iii) Zwei verschieden Personen können verschiedene Information über die Gasteilchen haben. Stellen wir uns zwei Physiker vor, von denen einer die zwei Teilchensorten unterscheiden kann und der andere nicht. Wie wir oben gesehen haben, werden diese den Systemen in den Zuständen z_1 und z_2 verschiedene Entropiedifferenzen zuschreiben, obwohl die physikalischen Systeme und ihr Verhalten genau gleich sind. Dies ist das Gibbs Paradox.

Erkläre mit Hilfe der Definitionen von Wärme und Arbeitsprozess, die wir aus der Vorlesung kennen, weshalb dies kein Paradox ist.

(iv) Schlage ein Experiment vor, welches vom Physiker durchgeführt wird, der die Teilchensorten unterscheiden kann, und welches den anderen Physiker zum Glauben bringt, der zweite Hauptsatz werde verletzt. Was kann der in die Irre geleitete Physiker von so einem Experiment lernen?

Übung 3. *Entropie-Satz*

(i) Betrachte eine Carnot Maschine, die zwischen zwei Reservoirs mit Temperaturen T_1 und $T_2 < T_1$ operiert. Die linke Seite in Abbildung 3 zeigt eine Aufteilung eines solchen Aufbaus, wo die (unendlich grossen) Reservoirs R_1 und R_2 nicht direkt, sondern über weitere (grosse) endliche Systeme R_1' und R_2' mit der Maschine wechselwirken. Abgesehen von dem ändert sich für den Carnot Prozess zunächst nichts.

Wir trennen nun die Verbindung zwischen den Reservoirs R_i und den dazwischen geschalteten System R_i', wie auf der rechten Seite von Abbildung 3 gezeigt. Dies soll nur für eine kurze Zeit passieren, so dass die Carnot Maschine (fast) keinen Unterschied zur direkten Interaktion mit den Wärmebädern spürt (d.h. wir verlangen immer noch approximativ $R_1 \sim R_1'$ und $R_2 \sim R_2'$). Dennoch soll die Zeit genügend lange sein, so dass die Carnot Maschine einen Zyklus durchführen kann. Eine solche Zeit kann immer gefunden werden, solange die endlichen Systeme R_i' genügend gross sind.

Berechne die Entropiedifferenz des Gesamtsystems $R_1' M R_2'$ für die Zustände bevor und nachdem die Maschine einen Zyklus durchgeführt hat.

(ii) In der Vorlesung haben wir den Entropie-Satz aus dem 2. Hauptsatz gesehen. Hier werden wir nun das umgekehrte tun. Nimm an, dass der Entropie-Satz gilt und leite daraus den 2. Hauptsatz her.

Hinweis: Ein möglicher Weg ist es, ein ähnliches Schema zu verwenden wie in der vorherigen Teilaufgabe. Jeder andere (korrekte) Approach ist sehr willkommen!

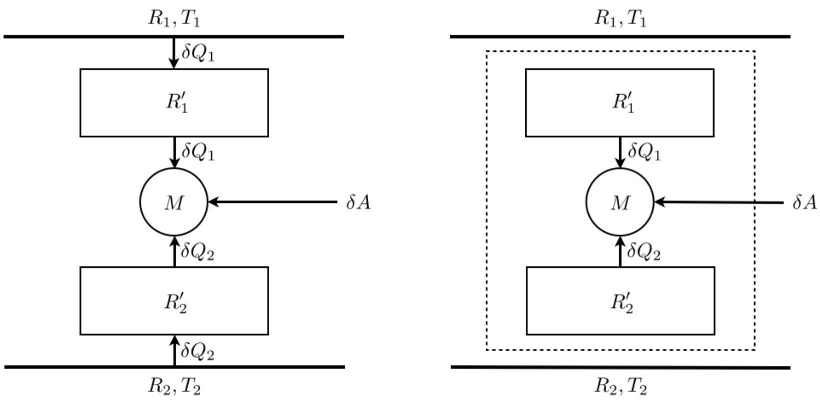

Abbildung 3: Carnot Maschine