Übung 1. *Drei Eigenschaften der Entropie*

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass aus dem 2. Hauptsatz der Form $S(z_1+z_2) \geq S(z_1)+S(z_2)$ mit der Homogenität der Entropie ihre Konkavität folgt. Das ist ein Teil vom folgenden

Satz. Sei $K \subset \mathbb{R}^n$ ein Kegel ($x_1, x_2 \in K \Rightarrow x_1 + x_2 \in K$; $x \in K \Rightarrow \lambda x \in K$, $(\lambda \geq 0)$) und $f : K \to \mathbb{R}$ mit $f \geq 0$. Dann haben zwei beliebige unter den Aussagen

H: Homogenität:	$f(\lambda x) = \lambda f(x)\,,\ (\lambda \geq 0)$
S: Superadditivität:	$f(x_1 + x_2) \geq f(x_1) + f(x_2)$
K: Konkavität:	$f(\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2) \geq \alpha f(x_1) + (1-\alpha) f(x_2)\,,\ (\alpha \in [0,1])$

die Dritte zur Folge.

Beweise die restlichen Teile des Satzes.

Übung 2. *Wärmekapazitäten*

Für die Wärmekapazitäten $C_p - C_V$ gilt allgemein der Ausdruck

$$C_p - C_V = \frac{TV\alpha^2}{\kappa_T},$$

wobei $C_p = \frac{\partial Q}{\partial T}\Big|_p = \frac{\partial(U+pV)}{\partial T}\Big|_p$, $\alpha = \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T}\Big|_p$ und $\kappa_T = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial p}\Big|_T$ (Vergleiche Gl. (2.20) im Skript).

(a) Zeige, dass

$$TdS = \Big(\frac{\partial U}{\partial T}\Big|_p + p\frac{\partial V}{\partial T}\Big|_p\Big)dT - T\frac{\partial V}{\partial T}\Big|_p dp$$

(b) Nutze den Zusammenhang aus (a), um den obigen Ausdruck für die Differenz der Wärmekapazitäten herzuleiten und berechne $C_p - C_V$ explizit für das ideale Gas.

Mit Hilfe dieser Aufgabe soll der Umgang mit Differentialen weiter geübt werden. Beachte, dass die obigen Resultate für alle Systeme im GG gelten und nicht nur für das ideale Gas!

Übung 3. *Carnot Prozess mit Wasser*

Für den Ausdehnungskoeffizienten $\alpha = V^{-1}(\partial V/\partial T)_p$ von Wasser gilt

- Wenn $T_w > 4°C$, dann $\alpha > 0$
- Wenn $T_w = 4°C$, dann $\alpha = 0$
- Wenn $T_w < 4°C$, dann $\alpha < 0$

(a) Wie muss das Volumen von Wasser isotherm bei $6°C$ bzw. $2°C$ geändert werden, damit Wärme zugeführt wird?

(b) Warum kann man keinen Carnot Prozess mit Isothermen bei diesen beiden Temperaturen bauen, der im Widerspruch zum 2. Hauptsatz aus beiden Reservoirs Wärme entziehen und in Arbeit verwandeln würde? *Hinweis:* Betrachte den Prozess im $T - V$ Diagramm und berechne die Steigung $(\partial T/\partial V)_S$ einer Adiabaten.