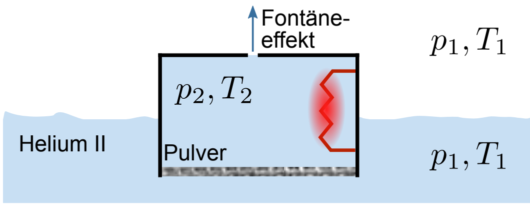
Übung 1. *Fontänen-Effekt bei Helium II*

Kann eine Substanz durch eine Öffnung von einem Behälter in einen zweiten wandern, so gilt in der Regel nicht nur $\mu_1 = \mu_2$, sondern auch $T_1 = T_2$ und $p_1 = p_2$ wie in der Vorlesung durch Betrachtung von gehemmten Gleichgewichten mit Wärme- und Volumenaustausch gezeigt wurde.



Helium II ist eine Phase von ^{4}He, die unterhalb 2.2 K auftritt und ungewohnte Eigenschaften aufweist. Der Stoff kann aufgefasst werden als eine Mischung aus einer normalen Flüssigkeit und einer Superflüssigkeit. Letztere besitzt weder (i) Entropie noch beansprucht sie (ii) ihr eigenes Volumen. In der Versuchsanordnung kann nur die Superflüssigkeit das Pulver durchdringen, da sie keine Viskosität besitzt. Deshalb ist $T_1 \neq T_2$, $p_1 \neq p_2$ möglich. Experimentelle Bestätigung: Sei p_1 gleich dem Aussendruck und $T_2 > T_1$. Öffnet man am Behälter ein Loch nach aussen, so strömt Helium in einer Fontäne heraus (siehe Abbildung).

(a) Die chemischen Potentiale des Heliums sind in beiden Teilsystemen gleich. Leite einen Zusammenhang zwischen Druck- und Temperaturdifferenz her.

(b) In grober Näherung kann für die Entropie pro Masseneinheit der normalen Flüssigkeit $s_n = 1600$ J/kg/K gesetzt werden. Die Dichte der normalen Flüssigkeit sei durch $\rho_n = \rho\,(T/T_\lambda)^4$ gegeben, wobei $\rho = 144$ kg/m^3 ist und $T_\lambda = 2.2$ K die Temperatur am Übergangspunkt darstellt. Welche Druckdifferenz stellt sich ein, wenn $T_1 = 1.1$ K und $T_2 = 1.2$ K?

Übung 2. *Phasenübergänge 2. Ordnung*

Bei Phasenübergängen 2. Ordnung gilt

$$\Delta S = 0\,, \qquad \Delta V = 0 \tag{1}$$

für die Differenz in Entropie und Volumen der beteiligten Phasen. Zwei Phasen seien durch eine Koexistenzkurve $p = p(T)$ im Phasendiagramm getrennt. Die Clausius-Clapeyron Gl. $dp/dT = \Delta S/\Delta V$, die für Phasenübergänge 1. Ordnung gilt (siehe Vorlesung), liefert hier einen unbestimmten Ausdruck und ist nicht anwendbar.

Zeige, dass an ihrer Stelle die Gleichungen (Ehrenfest)

$$\Delta c_p = \frac{dp}{dT} \cdot VT\Delta\alpha, \qquad \Delta\alpha = \frac{dp}{dT} \cdot \Delta\kappa_T$$

auftreten, vorausgesetzt die folgenden Grössen haben endliche Sprünge am Phasenübergang:

$$c_p = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p, \qquad \kappa_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T, \qquad \alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p,$$

(c_P: spezifische Wärme bei konstantem Druck, κ_T: isotherme Kompressibilität, α: Ausdehnungskoeffizient).

Hinweis: Leite (1) längs der Koexistenzkurve ab.

Übung 3. ***Thermodynamik der Supraleiter***

Viele Metalle und Legierungen gehen beim Unterschreiten einer kritischen Temperatur T_c von einer normalleitenden (NL) in eine supraleitende (SL) Phase über. In dieser Phase ist nicht nur die Leitfähigkeit unendlich, sondern das Material wird auch zu einem idealen Diamagneten, d.h. $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{H} + \boldsymbol{M} = 0$ (Meissner-Ochsenfeld-Effekt).

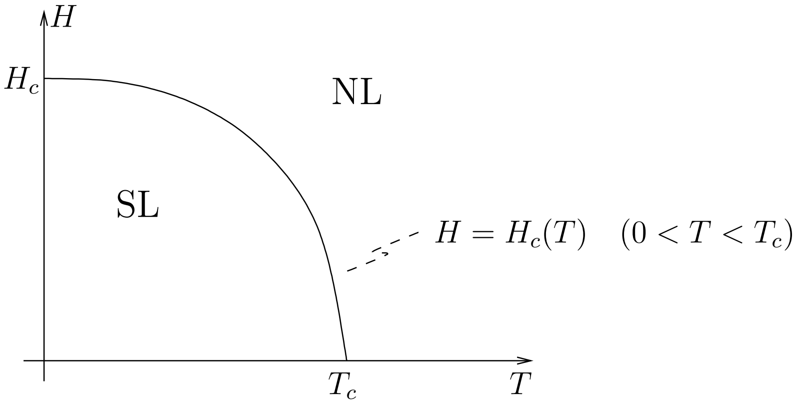


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Phasendiagramms eines Typ I Supraleiters.

Nebst der Temperatur vermag auch ein genügend starkes Magnetfeld $H > H_c(T)$ bei $T < T_c$ die Supraleitung zu zerstören, wie aus dem Phasendiagramm eines Typ I Supraleiters ersichtlich ist (siehe Abbildung 1). Wir nehmen im Folgenden an, dass alle Felder homogen und parallel sind, so dass sich das System mit skalaren (statt vektoriellen) Grössen beschreiben lässt. Die Zustandsgleichung lautet dann

$$M(T,H) = \begin{cases} 0 & \text{in NL, d.h. } H > H_c(T) \\ -H & \text{in SL, d.h. } H < H_c(T) \end{cases} \tag{2}$$

denn im supraleitenden Zustand gilt $M(T,H) = -H$, während der Normalleiter, wegen $|\chi_{NL}| \ll |\chi_{SL}| = 1$, als nicht-magnetisch ($M(T,H) = 0$) betrachtet werden kann.

a) Zeige, unter Verwendung einer Analogie zur Clausius-Clapeyron Gleichung, dass die spezifische Wärme $c_H = \delta Q/\partial T|_H$ an der Übergangskurve einen Sprung aufweist, und berechne diesen. Leite daraus die *Rutgers Formel*

$$\Delta c_H(T_c) = T_c \left(\frac{dH_c}{dT}\right)^2,$$

bei $T = T_c$ (mit $H_c(T_c) = 0$) her.

Hinweis: Zeige mithilfe von (2), dass im gegebenen System $S(T,H) = S(T)$ erfüllt ist, und nutze diese Eigenschaft für diese Teilaufgabe.

b) Der Verlauf der Übergangskurve entspricht näherungsweise der Parabel

$$H_c(T) = H_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right].$$

Berechne die Unstetigkeit von c_H in diesem Fall.