# Theorie der Wärme
# Übungsblatt 7.



## Übung 1. *Joule-Thomson Effekt, Teil II*

In der vorletzten Übungsserie (siehe Serie 5, Aufgabe 3) wurde gezeigt, dass sich ein Gas beim Joule-Thomson Versuch abkühlt, falls

$$T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V > 0\,. \tag{1}$$

Die thermische Zustandsgleichung eines van der Waals Gases lautet

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT\,. \tag{2}$$

Bestimme die Inversionstemperatur $T_i$ als Funktion von $V$ und daraus den Inversionsdruck $p_i$ als Funktion von $T$. Zeichne qualitativ im $p$-$T$ Diagramm das Gebiet, wo bei Joule-Thomson Expansion Abkühlung eintritt, und finde eine mikroskopische Begründung für den Vorzeichenwechsel.

*Hinweis.* *Um das Gebiet mit Abkühlung zu bestimmen, betrachte den Fall $p \to \infty$. Wie verhält sich dann $V$ für feste $T$, und welchem Wert nähert sich damit $T(\frac{\partial V}{\partial T})_p - V$?*

## Übung 2. *Hohlraumstrahlung und Stefan-Boltzmann Gesetz*

Die Energiedichte $u(T) = U(T,V)/V$ des elektromagnetischen Feldes in einem Hohlraum (Temperatur $T$, Volumen $V$) ist

$$u = \frac{1}{2}\langle \vec{E}^2 + \vec{B}^2 \rangle, \tag{3}$$

wobei $\langle \cdot \rangle$ den zeitlichen Mittelwert bezeichnet.

(a) Die Kraft $d\vec{F}$ des Feldes auf ein Oberflächenelement $d\vec{\sigma}$ ist $dF_i = \sum_j T_{ij} do_j$, wobei

$$T_{ij} = \frac{1}{2}(\vec{E}^2 + \vec{B}^2)\delta_{ij} - E_i E_j - B_i B_j \tag{4}$$

der Maxwellsche Spannungstensor ist. Im Hohlraum ist die Strahlung isotrop, also $\langle T_{ij} \rangle \propto \delta_{ij}$ und damit $\langle d\vec{F} \rangle = p d\vec{\sigma}$. Zeige dass der Druck durch

$$p(T) = \frac{1}{3}u(T) \tag{5}$$

gegeben ist.

(b) Berechne die Entropie $S(T,V)$ des elektromagnetischen Feldes. Verwende eine Maxwell-Relation, um das **Stefan-Boltzmann Gesetz**

$$u(T) \propto T^4 \tag{6}$$

herzuleiten.

**Übung 3.** ***Adiabatische Entmagnetisierung***

Eine Methode zur Erzeugung sehr tiefer Temperaturen ($\sim 10^{-3}\,\mathrm{K}$) beruht auf der adiabatischen Entmagnetisierung eines paramagnetischen Stoffes (magnetokalorischer Effekt). Die Magnetisierung $M(T,H)$ erfülle das Curie-Gesetz $M = KH/T$ (vergleiche Serie 2, Aufgabe 2) und für die spezifische Wärme $c_H(T,H)$ bei festem Magnetfeld $H$ gelte $c_H(T,H=0) = b/T^2$, wobei $K, b > 0$ Konstanten sind. Wie ändert sich die Temperatur als Funktion von $H$ längs einer Adiabaten?