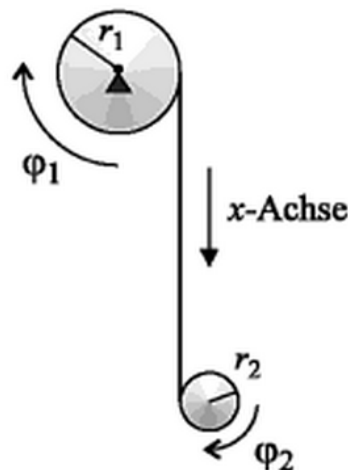


Übung 1. Rollen

- (a) Ein homogener Vollzylinder mit Masse m und Radius r rollt eine schiefe Ebene hinab. Die Ebene hat den Neigungswinkel α . Stelle mit Hilfe der Euler-Lagrange-Gleichung die Bewegungsgleichung auf und löse sie.
- (b) Auf einem Wagen liegt eine Rolle mit Masse m , Radius r und Traegheitsmoment I . Wie gross ist die Beschleunigung \ddot{x}_R der Rolle, wenn der Wagen die Beschleunigung \ddot{x}_W erfährt und die Rolle nicht ins Rutschen kommt?

Übung 2. Fallender Zylinder

Zwei homogene Vollzylinder mit Massen m_1, m_2 und Radii r_1, r_2 sind mit einem Faden umwickelt. Zylinder 1 dreht sich reibungsfrei auf einer festen Achse, während Zylinder 2 senkrecht nach unten fällt und dabei den Faden abrollt (siehe Abbildung).

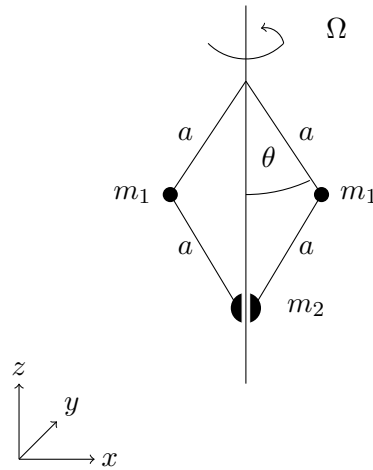


Finde die Lagrange-Funktion des Systems und stelle die Bewegungsgleichungen auf. Wie sieht deren Lösung aus? Berechne die Kraft, die auf den Faden wirkt.

Übung 3. Fliehkraftregler

Hinweis: Der folgende Mechanismus wurde schon im 18. Jahrhundert benutzt, um Dampfmaschinen zu regeln. Ein an den Fliehkraftregler gekoppelter Hebel drosselt die Dampfzufuhr der Maschine, sodass die Drehzahl konstant gehalten wird. Auch bei den alten Telefonen mit Wählscheibe wurde ein ähnliches Prinzip benutzt, um die Wählscheibe mit konstanter Geschwindigkeit zurückzudrehen.

Der Fliehkraftregler besteht aus zwei masselosen Stangen der Länge a , die an einer Achse befestigt sind, welche sich mit Winkelgeschwindigkeit Ω dreht. Am Ende der Stangen befinden sich zwei identische Massen m_1 . Diese sind mit zwei weiteren gelenkigen und masselosen Stangen der



Länge a verbunden. An ihren Enden sitzt ein Reiter der Masse m_2 , welcher sich reibungsfrei entlang der z -Achse bewegen kann (siehe Abbildung).

Gib die Lagrange-Funktion an und finde die Bewegungsgleichung. Welches sind die Gleichgewichtslösungen? Untersuche die Stabilität dieser Lösungen.